

ES-7

(*) Data l'eq. $\partial_t U = D \Delta U$
nel piano

1- Si determini la funzione di Green $g(x, x', t)$

suggerimento: si ricordi la connessione dell'eq. del calore con il random walk sul reticolo

2- si consideri il problema con la cond. iniziale

$$U(x, y, 0) = \begin{cases} c & (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 < R^2 \\ 0 & (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 > R^2 \end{cases}$$

e condizione al bordo

$$U(x, y=0, t) = 0$$

- scrivere la soluzione

- trovare un'approssimazione nella regione $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \gg R^2$

Suggerimento: si noti che la

defn di Dirac in 2 dimensioni è il limite per $R \rightarrow 0$ della funzione

$$\frac{1}{\pi R^2} \chi_R(x, y) \quad \text{ove}$$

$$\chi_R(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } x^2 + y^2 < R^2 \\ 0 & \text{se } x^2 + y^2 > R^2 \end{cases}$$