ES 1 - Sia $\underline{u}$ un vettore in $\mathbb{R}^N$

$$\underline{u} = \sum_{n=1}^{N} u_n \underline{e}_n \quad \text{con} \quad (\underline{e}_n, \underline{e}_k) = \delta_{kn}$$

si trovi la matrice corrispondente all'operatore $\hat{P}_{\underline{u}}$ che proietta su $\underline{u}$.
In altre parole trovare A_{nk} tale che

$$w_n = \sum_k A_{nk} v_k \quad \text{con} \quad \underline{w} = \hat{P}_{\underline{u}} \underline{v}$$

ES 2 - Mostrare che $\hat{P}_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è un proiettore

- trovare il vettore $\underline{v}_1$ su cui $\hat{P}_1$ proietta
- ″ il proiettore $\hat{P}_2$ su $\underline{v}_2$ ortogonale a $\underline{v}_1$

ES 3 - $\hat{P}_1$, $\hat{P}_2$ e $\hat{P}_3$ sono proiettori in $\mathbb{R}^N$ $N > 3$ su $\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$ e $\underline{v}_3$ mutualmente ortogonali, si discuta il significato degli operatori $\hat{P}_1 + \hat{P}_2$, $\hat{P}_2 + \hat{P}_3$ e $\hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \hat{P}_3$

ES 4 - Data la matrice $\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
usare il teorema spettrale per calcolare

$$\hat{A}^N \quad \text{e} \quad \sinh \hat{A}$$